ПРОЕКТ

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант

контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2020 года
по математике

Профильный уровень

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов для единого государственного экзамена 2020 года по МАТЕМАТИКЕ

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена (ЕГЭ) 2020 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2020 г. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2020 г., приведён в кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена 2020 г. по математике.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на некоторые позиции экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ в 2020 г.

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2020 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

-	0	,	8													

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут (время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

В среднем за день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 3 дня. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

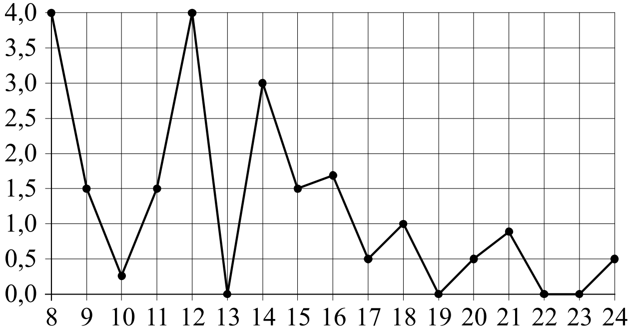
Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 140 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ответ: ___________________________.

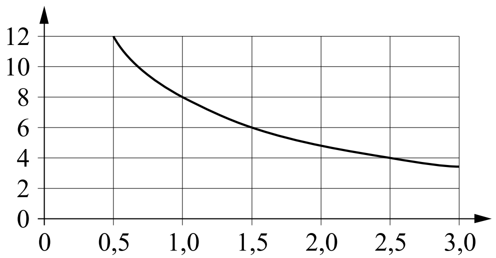
2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 г. По горизонтали указаны числа месяца; по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

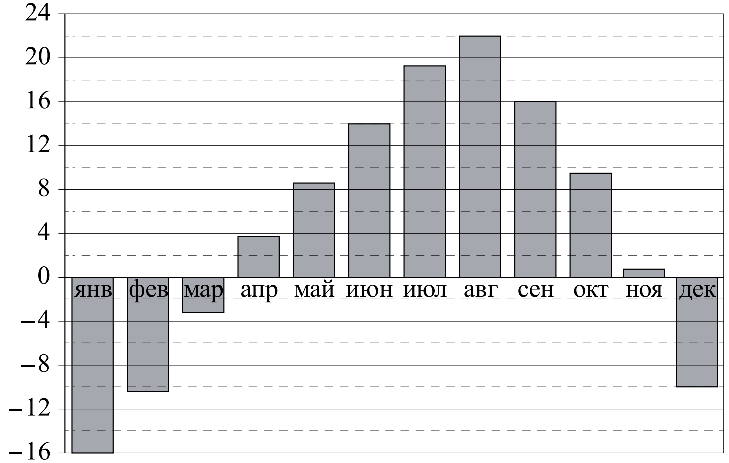
Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах; на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 12 ампер до 4 ампер.



Ответ: ___________________________.

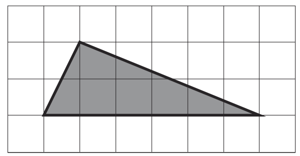
ИЛИ

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха во Владивостоке за каждый месяц 2013 г. По горизонтали указываются месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



Ответ: ___________________________.

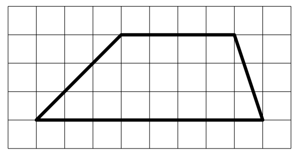
3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: ___________________________.

4 В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Ответ: ___________________________.

5 Найдите корень уравнения $3^{x-5}=81$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+49}=10$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

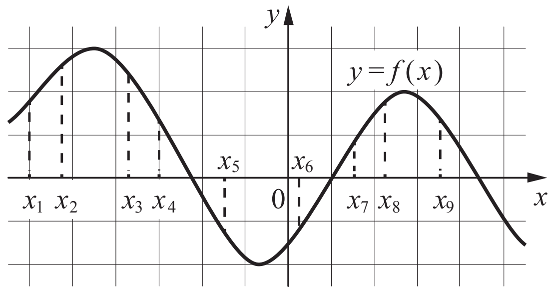
Найдите корень уравнения $\log_8(5x+47)=3$.

Ответ: ___________________________.

6 Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Угол BAC равен $32°$. Найдите угол BOC. Ответ дайте в градусах.

Ответ: ___________________________.

7 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: $x_1, x_2, \ldots x_9$.

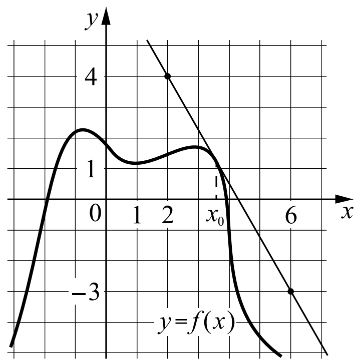


Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



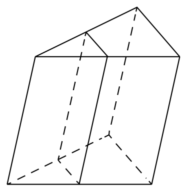
Ответ: ___________________________.

8 В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ выразите в см.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9 Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите значение выражения $16\log_7 \sqrt[4]{7}$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите значение выражения $4^{\frac{1}{5}} \cdot 16^{\frac{9}{10}}$.

Ответ: ___________________________.

10 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: ___________________________.

11 Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: ___________________________.

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9\ln(x + 11) + 7$$

на отрезке $[-10{,}5; 0]$.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку минимума функции $y=-\dfrac{x}{x^2+256}$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.
а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.
б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

15 Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

16 Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

17 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

© 2020 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

18 Найдите все положительные значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}(|x|-5)^2+(y-4)^2=9,\\(x+2)^2+y^2=a^2\end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	**Правильный ответ**		
	Пример 1	Пример 2	Пример 3
1	8	5	133
2	9	2	4
3	6	6	
4	0,08		
5	9	17	93
6	64		
7	4	–1,75	
8	4	12	
9	–0,96	4	16
10	751		
11	5	15	
12	–83	–6	16

Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

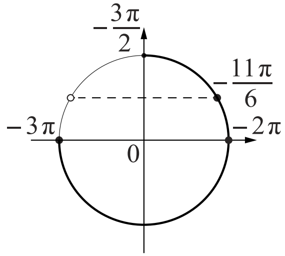
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

$\sin x+\sqrt{3}\cos x+1-2\sin^2 x=\sqrt{3}\cos x+1$; $\sin x-2\sin^2 x=0$; $\sin x\cdot(2\sin x-1)=0$.

Значит, $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

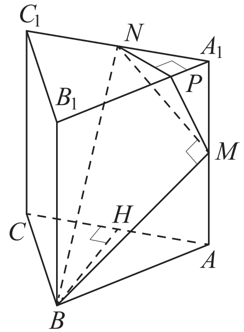
14 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

Решение. а) Пусть точка H — середина AC. Тогда

$$BN^2=BH^2+NH^2=\left(3\sqrt{3}\right)^2+6^2=63.$$



Вместе с тем

$$BM^2+MN^2=(3^2+6^2)+(3^2+3^2)=63,$$

тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник BMN является прямоугольным с прямым углом M.

б) Проведём перпендикуляр NP к прямой A_1B_1. Тогда $NP\perp A_1B_1$ и $NP\perp A_1A$. Следовательно, $NP\perp ABB_1$. Поэтому MP — проекция MN на плоскость ABB_1.

Прямая BM перпендикулярна MN, тогда по теореме о трёх перпендикулярах $BM\perp MP$. Следовательно, угол NMP — линейный угол искомого угла.

Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1B_1C_1$, т.е. $NP=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Поэтому $\sin\angle NMP=\frac{NP}{MN}=\frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$.

Следовательно, $\angle NMP=\arcsin\sqrt{\frac{3}{8}}$.

Ответ: б) $\arcsin\sqrt{\frac{3}{8}}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*	2
Выполнен только один из пунктов – *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*2*

15 Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Решение. Правая часть неравенства определена при $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$.

Поскольку при любых значениях x выражение $8x^2+7$ принимает положительные значения, при $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$ неравенство принимает вид:

$$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\frac{8x+35}{x+5};\ \frac{8x^3+40x^2+7x+35}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\geq\frac{8x^3+43x^2+43x+35}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)};$$

$$\frac{3x^2+36x}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\leq 0;\ \frac{3x(x+12)}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\leq 0,$$

откуда $x\leq-12$; $-5<x\leq 0$. Учитывая ограничения $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$, получаем: $x\leq-12$; $-\frac{35}{8}<x\leq 0$.

Ответ: $(-\infty;-12]$; $\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

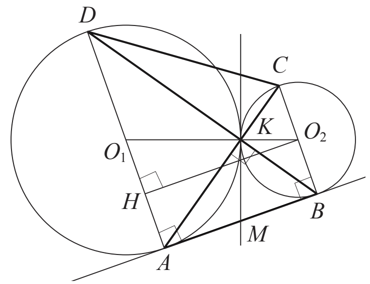
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

16 Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение. а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K, пересекает AB в точке M. По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM=KM$ и $KM=BM$. Треугольник AKB, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный.



Вписанный угол AKD прямой, поэтому он опирается на диаметр AD. Значит, $AD\perp AB$. Аналогично получаем, что $BC\perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

б) Пусть, для определённости, первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, $\frac{AD}{BC}=4$. Пусть $S_{BKC}=S$, тогда

$$S_{AKD}=16S.$$

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно, $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}}=\frac{DK}{KB}=\frac{AD}{BC}$, т.е. $S_{AKB}=4S$. Аналогично, $S_{CKD}=4S$. Площадь трапеции $ABCD$ равна $25S$.

Вычислим площадь трапеции $ABCD$. Проведём к AD перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1:

$$O_2H=\sqrt{O_1O_2^2-O_1H^2}=4.$$

Тогда

$$S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}\cdot AB=20.$$

Следовательно, $25S=20$, откуда $S=0{,}8$ и $S_{AKB}=4S=3{,}2$.

Ответ: 3,2.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

17 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Решение. По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1;\ 0{,}6;\ 0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}1;\ 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

$$k;\ 0{,}6k;\ 0{,}4k;\ 0{,}3k;\ 0{,}2k;\ 0{,}1k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k-0{,}6;\ 0{,}6k-0{,}4;\ 0{,}4k-0{,}3;\ 0{,}3k-0{,}2;\ 0{,}2k-0{,}1;\ 0{,}1k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$k\left(1+0{,}6+0{,}4+0{,}3+0{,}2+0{,}1\right)-\left(0{,}6+0{,}4+0{,}3+0{,}2+0{,}1\right)=$$
$$=\left(k-1\right)\left(1+0{,}6+0{,}4+0{,}3+0{,}2+0{,}1\right)+1=2{,}6\left(k-1\right)+1.$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей, значит,

$$2{,}6\left(k-1\right)+1<1{,}2;\ 2{,}6\cdot\frac{r}{100}+1<1{,}2;\ r<7\frac{9}{13}.$$

Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7.

Ответ: 7.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*3*

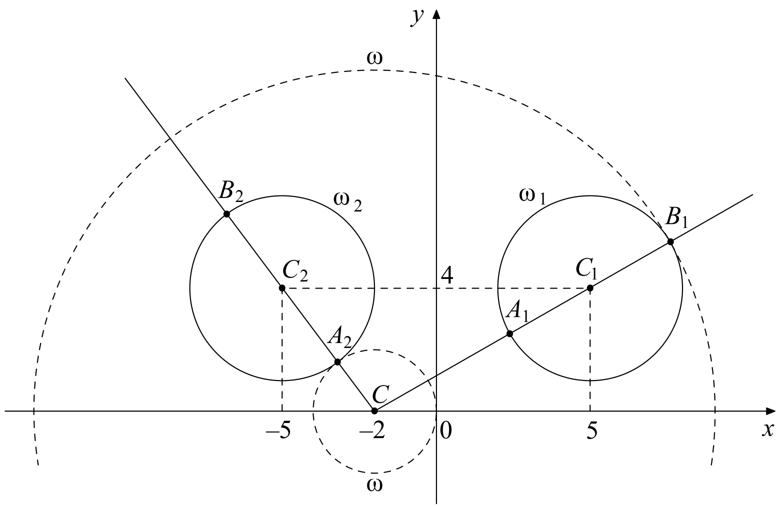
18 Найдите все положительные значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x|-5)^2+(y-4)^2=9, \\ (x+2)^2+y^2=a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение. Если $x \geq 0$, то уравнение $(|x|-5)^2+(y-4)^2=9$ задаёт окружность ω_1 с центром в точке $C_1(5;\ 4)$ радиусом 3, а если $x<0$, то оно задаёт окружность ω_2 с центром в точке $C_2(-5;\ 4)$ таким же радиусом (см. рисунок).

При положительных значениях a уравнение $(x+2)^2+y^2=a^2$ задаёт окружность ω с центром в точке $C(-2;\ 0)$ радиусом a. Поэтому задача состоит в том, чтобы найти все значения a, при каждом из которых окружность ω имеет единственную общую точку с объединением окружностей ω_1 и ω_2.



Из точки C проведём луч CC_1 и обозначим через A_1 и B_1 точки его пересечения с окружностью ω_1, где A_1 лежит между C и C_1. Так как $CC_1=\sqrt{(5+2)^2+4^2}=\sqrt{65}$, то $CA_1=\sqrt{65}-3,\ CB_1=\sqrt{65}+3$.

При $a<CA_1$ или $a>CB_1$ окружности ω и ω_1 не пересекаются.

При $CA_1<a<CB_1$ окружности ω и ω_1 имеют две общие точки.

При $a=CA_1$ или $a=CB_1$ окружности ω и ω_1 касаются.

Из точки C проведём луч CC_2 и обозначим через A_2 и B_2 точки его пересечения с окружностью ω_2, где A_2 лежит между C и C_2. Так как $CC_2=\sqrt{(-5+2)^2+4^2}=5$, то $CA_2=5-3=2,\ CB_2=5+3=8$.

При $a<CA_2$ или $a>CB_2$ окружности ω и ω_2 не пересекаются.

При $CA_2<a<CB_2$ окружности ω и ω_2 имеют две общие точки.

При $a=CA_2$ или $a=CB_2$ окружности ω и ω_2 касаются.

Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда окружность ω касается ровно одной из двух окружностей ω_1 и ω_2 и не пересекается с другой. Так как $CA_2<CA_1<CB_2<CB_1$, то условию задачи удовлетворяют только числа $a=2$ и $a=\sqrt{65}+3$.

Ответ: $2;\ \sqrt{65}+3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения; – или решение недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

Решение. а) Пусть в школе № 1 писали тест 2 учащихся, один из них набрал 1 балл, а второй набрал 19 баллов и перешёл в школу № 2. Тогда средний балл в школе № 1 уменьшился в 10 раз.
б) Пусть в школе № 2 писали тест m учащихся, средний балл равнялся B, а перешедший в неё учащийся набрал u баллов. Тогда получаем:

$$u = 0{,}9(m+1)B - mB;\ 10u = (9-m)B.$$

Если $B = 7$, то $(9-m)B$ не делится на 10, а $10u$ делится на 10. Но это невозможно, поскольку $10u = (9-m)B$.
в) Пусть в школе № 1 средний балл равнялся A. Тогда получаем:

$$u = (9-m)A - 0{,}9(8-m)A;\ 10u = (18-m)A = (9-m)B.$$

Заметим, что если $B = 1$ или $B = 3$, то $10u = (9-m)B$ не делится на 10. Если $B = 2$ или $B = 4$, то $m = 4$. В первом случае $14A = 10$, а во втором $14A = 20$. Значит, ни один из этих случаев не возможен.
При $B = 5$ и $m = 3$ получаем $u = 3$ и $A = 2$. Этот случай реализуется, например, если в школе № 1 писали тест 6 учащихся, 3 из них набрали по 1 баллу, а 3 — по 3 балла, в школе № 2 писали тест 3 учащихся и каждый набрал по 5 баллов, а у перешедшего из одной школы в другую учащегося – 3 балла.
Ответ: а) да; б) нет; в) 5.

Содержание критерия	**Баллы**
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

© 2020 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ПРОЕКТ

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Спецификация
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2020 году
единого государственного экзамена
по математике

Профильный уровень

подготовлена Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2020 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)

1. Назначение контрольных измерительных материалов (КИМ) ЕГЭ

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) представляет собой форму государственной итоговой аттестации, проводимой в целях определения соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ среднего общего образования соответствующим требованиям федерального государственного образовательного стандарта или образовательного стандарта. Для указанных целей используются контрольные измерительные материалы (КИМ), представляющие собой комплексы заданий стандартизированной формы.

ЕГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утверждённого приказом Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512.

2. Документы, определяющие содержание КИМ ЕГЭ

Содержание КИМ определяется на основе Федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089).

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры КИМ ЕГЭ

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований для составления КИМ, демонстрационный вариант, система оценивания экзаменационной работы) сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

Выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания 1–8) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

В целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов, задания части 2 работы проверяют знания на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние три задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Сохранена успешно зарекомендовавшая себя в 2010–2018 гг. система оценивания выполнения заданий с развернутым ответом. Эта система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развернутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенных в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Минпросвещения России к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

4. Структура КИМ ЕГЭ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 – повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов.

При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

В таблице 1 приведено распределение заданий по частям экзаменационной работы.

Таблица 1

Распределение заданий по частям экзаменационной работы

Часть работы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 32	Тип заданий
Часть 1	8	8	25	С кратким ответом
Часть 2	11	24	75	С кратким и развернутым ответами
Итого	19	32	100	

5. Распределение заданий КИМ ЕГЭ по содержанию, видам умений и способам действий

Задания части 1 проверяют следующий учебный материал.

1. Математика, 5–6 классы.
2. Алгебра, 7–9 классы.
3. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
4. Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы.
5. Геометрия, 7–11 классы.

Задания части 2 проверяют следующий учебный материал.

1. Алгебра, 7–9 классы.
2. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
3. Геометрия, 7–11 классы.

В таблице 2 приведено распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики.

Таблица 2

Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики

Содержательные разделы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 32
Алгебра	4	9	28,1
Уравнения и неравенства	5	10	31,2
Функции	2	2	6,3
Начала математического анализа	2	2	6,3
Геометрия	5	8	25,0
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	1	1	3,1
Итого	19	32	100

Содержание экзаменационной работы дает возможность проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 3 приведено распределение заданий экзаменационной работы по видам проверяемых умений и способам действий.

Таблица 3

Распределение заданий экзаменационной работы по видам проверяемых умений и способам действий

Проверяемые умения и способы действий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного вида от максимального первичного балла за всю работу, равного 32
Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	4	6	18,8
Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	3,1
Уметь решать уравнения и неравенства	4	9	28,1
Уметь выполнять действия с функциями	2	2	6,2
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5	8	25,0
Уметь строить и исследовать математические модели	3	6	18,8
Итого	19	32	100

6. Распределение заданий КИМ ЕГЭ по уровню сложности

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня (задания 1–8). Часть 2 содержит 9 заданий повышенного уровня (задания 9–17) и 2 задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

В таблице 4 приведено распределение заданий экзаменационной работы по уровню сложности.

Таблица 4
Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу, равного 32
Базовый	8	8	25
Повышенный	9	16	50
Высокий	2	8	25
Итого	19	32	100

7. Продолжительность ЕГЭ по математике профильного уровня

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

8. Дополнительные материалы и оборудование

Перечень дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на ЕГЭ, утвержден приказом Минпросвещения России и Рособрнадзора. Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания.

Максимальный первичный балл за всю работу – 32.

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

На основе результатов выполнения всех заданий работы определяются первичные баллы, которые затем переводятся в тестовые по 100-балльной шкале.

10. Изменения в КИМ ЕГЭ 2020 года в сравнении с 2019 годом

Изменения структуры и содержания КИМ отсутствуют.

Приложение 1

Обобщенный план варианта КИМ ЕГЭ 2020 года
по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)

Уровни сложности заданий: Б – базовый; П – повышенный; В – высокий.

№	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований к уровню подготовки (по кодификатору)	Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне, в минутах	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне, в минутах
1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	Б	1	5	2
2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	3.1, 6.2	3.1–3.3, 6.2.1	Б	1	5	2
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1	5.1, 5.5	Б	1	5	2
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.4	6.3	Б	1	5	3
5	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1	Б	1	5	3
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 5.2	5.1.1–5.1.4, 5.5.1–5.5.5	Б	1	10	3
7	Уметь выполнять действия с функциями	3.1–3.3	4.1–4.3	Б	1	10	5
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.2–5.5	Б	1	10	5
9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1–1.3	1.1–1.4	П	1	10	5

10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1–6.3	2.1, 2.2	П	1	15	5
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1, 2.2	П	1	20	10
12	Уметь выполнять действия с функциями	3.2, 3.3	4.1, 4.2	П	1	20	10
13	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1, 2.2	П	2	20	10
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2, 4.3, 5.2, 5.3	5.2–5.6	П	2	40	20
15	Уметь решать уравнения и неравенства	2.3	2.1, 2.2	П	2	30	15
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 5.2, 5.3	5.1	П	3	–	25
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1, 6.3	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	П	3	–	35
18	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3, 5.1	2.1, 2.2, 3.2, 3.3	В	4	–	35
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1, 5.3	1.1–1.4	В	4	–	40

Всего заданий – **19**; из них
по типу заданий: с кратким ответом – **12**; с развернутым ответом – **7**;
по уровню сложности: Б – **8**; П – **9**; В – **2**.
Максимальный первичный балл за работу – **32**.
Общее время выполнения работы – **235 минут**.

ПРОЕКТ

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Кодификатор

требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике

подготовлен Федеральным государственным бюджетным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней школы (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Кодификатор требований по всем разделам включает в себя требования к уровню подготовки выпускников образовательных организаций (базовый уровень).

В первом столбце таблицы указаны коды разделов, на которые разбиты требования к уровню подготовки по математике. Во втором столбце указан код требования, для которого создаются экзаменационные задания. В третьем столбце указаны требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.

Код разде-ла	Код контролиру-емого требования (умения)	Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		**Уметь выполнять вычисления и преобразования**
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
	1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	1.3	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции
2		**Уметь решать уравнения и неравенства**
	2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
	2.2	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.3	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы
3		**Уметь выполнять действия с функциями**
	3.1	Определять значение функции по значению аргумента при

		различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
	3.2	Вычислять производные и первообразные элементарных функций
	3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции
4		**Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами**
	4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	4.3	Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
5		**Уметь строить и исследовать простейшие математические модели**
	5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	5.3	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения
	5.4	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий
6		**Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни**
	6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах
	6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	6.3	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

ПРОЕКТ

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Кодификатор
элементов содержания по МАТЕМАТИКЕ
для составления контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена

подготовлен Федеральным государственным бюджетным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Кодификатор
элементов содержания по МАТЕМАТИКЕ
для составления контрольных измерительных материалов
для проведения единого государственного экзамена

Кодификатор элементов содержания для составления контрольных измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней школы (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Кодификатор элементов содержания по всем разделам включает в себя элементы содержания за курс средней школы (базовый уровень) и необходимые элементы содержания за курс основной школы.

В первом столбце таблицы указаны коды разделов и тем. Во втором столбце указан код содержания раздела (темы), для которого создаются проверочные задания.

Код разде-ла	**Код контролиру-емого элемента**	**Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы**
1		**Алгебра**
1.1		*Числа, корни и степени*
	1.1.1	Целые числа
	1.1.2	Степень с натуральным показателем
	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
	1.1.4	Степень с целым показателем
	1.1.5	Корень степени $n > 1$ и его свойства
	1.1.6	Степень с рациональным показателем и её свойства
	1.1.7	Свойства степени с действительным показателем
1.2		*Основы тригонометрии*
	1.2.1	Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
	1.2.2	Радианная мера угла
	1.2.3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
	1.2.4	Основные тригонометрические тождества
	1.2.5	Формулы приведения
	1.2.6	Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
	1.2.7	Синус и косинус двойного угла
1.3		*Логарифмы*
	1.3.1	Логарифм числа
	1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени
	1.3.3	Десятичный и натуральный логарифмы, число e
1.4		*Преобразования выражений*
	1.4.1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции

	1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
	1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
	1.4.5	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
	1.4.6	Модуль (абсолютная величина) числа
2		**Уравнения и неравенства**
2.1		*Уравнения*
	2.1.1	Квадратные уравнения
	2.1.2	Рациональные уравнения
	2.1.3	Иррациональные уравнения
	2.1.4	Тригонометрические уравнения
	2.1.5	Показательные уравнения
	2.1.6	Логарифмические уравнения
	2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
	2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
	2.1.9	Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
	2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
	2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
2.2		*Неравенства*
	2.2.1	Квадратные неравенства
	2.2.2	Рациональные неравенства
	2.2.3	Показательные неравенства
	2.2.4	Логарифмические неравенства
	2.2.5	Системы линейных неравенств
	2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
	2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
	2.2.9	Метод интервалов
	2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
3		**Функции**
3.1		*Определение и график функции*
	3.1.1	Функция, область определения функции
	3.1.2	Множество значений функции
	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
	3.1.4	Обратная функция. График обратной функции

	3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат
3.2		*Элементарное исследование функций*
	3.2.1	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
	3.2.2	Чётность и нечётность функции
	3.2.3	Периодичность функции
	3.2.4	Ограниченность функции
	3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
	3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции
3.3		*Основные элементарные функции*
	3.3.1	Линейная функция, её график
	3.3.2	Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
	3.3.3	Квадратичная функция, её график
	3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, её график
	3.3.5	Тригонометрические функции, их графики
	3.3.6	Показательная функция, её график
	3.3.7	Логарифмическая функция, её график
4		**Начала математического анализа**
4.1		*Производная*
	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
	4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
	4.1.5	Производные основных элементарных функций
	4.1.6	Вторая производная и её физический смысл
4.2		*Исследование функций*
	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
	4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.3		*Первообразная и интеграл*
	4.3.1	Первообразные элементарных функций
	4.3.2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии
5		**Геометрия**
5.1		*Планиметрия*
	5.1.1	Треугольник
	5.1.2	Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
	5.1.3	Трапеция
	5.1.4	Окружность и круг
	5.1.5	Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
	5.1.6	Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

	5.1.7	Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника
5.2		*Прямые и плоскости в пространстве*
	5.2.1	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
	5.2.2	Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
	5.2.3	Параллельность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.4	Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах
	5.2.5	Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.6	Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
5.3		*Многогранники*
	5.3.1	Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
	5.3.2	Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
	5.3.3	Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
	5.3.4	Сечения куба, призмы, пирамиды
	5.3.5	Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
5.4		*Тела и поверхности вращения*
	5.4.1	Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка
	5.4.2	Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка
	5.4.3	Шар и сфера, их сечения
5.5		*Измерение геометрических величин*
	5.5.1	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
	5.5.2	Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
	5.5.3	Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника
	5.5.4	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями
	5.5.5	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
	5.5.6	Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
	5.5.7	Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

5.6		*Координаты и векторы*
	5.6.1	Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве
	5.6.2	Формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы
	5.6.3	Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число
	5.6.4	Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
	5.6.5	Компланарные векторы. Разложение по трём некомпланарным векторам
	5.6.6	Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами
6		**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**
6.1		*Элементы комбинаторики*
	6.1.1	Поочерёдный и одновременный выбор
	6.1.2	Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
6.2		*Элементы статистики*
	6.2.1	Табличное и графическое представление данных
	6.2.2	Числовые характеристики рядов данных
6.3		*Элементы теории вероятностей*
	6.3.1	Вероятности событий
	6.3.2	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач